

## Exercice 1

5 points

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = xe^{-2x}.$$

On admet que  $f$  est deux fois dérivable sur  $\mathbb{R}$  et on note  $f'$  la dérivée de la fonction  $f$ .

On note  $C_f$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé du plan.

*Pour chacune des affirmations suivantes, préciser si elle est vraie ou fausse, puis justifier la réponse donnée.*

*Toute réponse non argumentée ne sera pas prise en compte.*

**Affirmation 1.** Pour tout réel  $x$ , on a  $f'(x) = (-2x + 1)e^{-2x}$ .

**Affirmation 2.** La fonction  $f$  est une solution sur  $\mathbb{R}$  de l'équation différentielle :

$$y' + 2y = e^{-2x}.$$

**Affirmation 3.** La fonction  $f$  est convexe sur  $] -\infty ; 1]$ .

**Affirmation 4.** L'équation  $f(x) = -1$  admet une unique solution sur  $\mathbb{R}$ .

**Affirmation 5.** L'aire du domaine délimité par la courbe  $C_f$ , l'axe des abscisses et les droites d'équation  $x = 0$  et  $x = 1$  est égale à  $\frac{1}{4} - \frac{3e^{-2}}{4}$ .